Implementacja i walidacja układów dyskretnych - część rozszerzona

dr hab. inż. Dominik Sierociuk

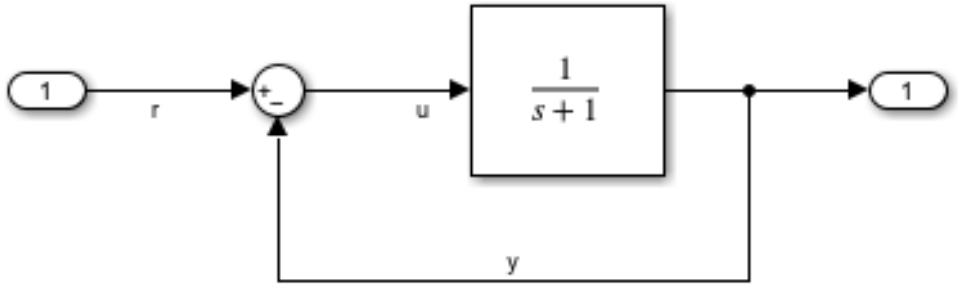
Materiały zostały współfinansowane przez Unię Europejską ze środków Europejskiego Funduszu Społecznego w ramach Programu Operacyjnego Wiedza Edukacja Rozwój 2014-2020, projekt „NERW PW Nauka-Edukacja-Rozwój-Współpraca”

Fundusze Europejskie
Wiedza Edukacja Rozwój

Rzeczpospolita Polska

Unia Europejska
Europejski Fundusz Społeczny

Pętla sprzężenia zwrotnego



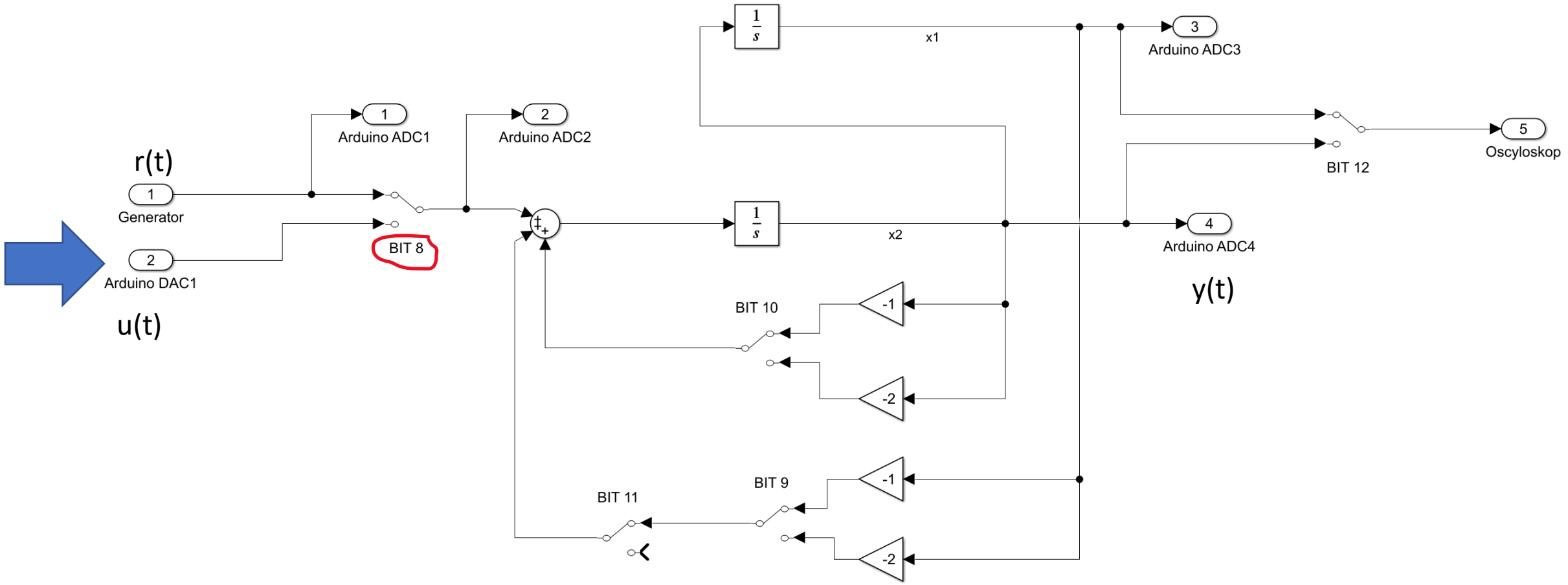
$$G_z(s) = \frac{Y(s)}{R(s)} = \frac{G(s)}{1 + G(s)} = \frac{\frac{l(s)}{m(s)}}{1 + \frac{l(s)}{m(s)}} = \frac{\frac{l(s)}{m(s)}}{\frac{m(s) + l(s)}{m(s)}} = \frac{l(s)}{l(s) + m(s)}$$

Dla $G(s) = \frac{1}{s+1}$ mamy $G_z(s) = \frac{1}{s+2}$

$$y(\infty) = \lim_{t\to\infty} y(t) = \lim_{s\to 0} s \frac{1}{s+1} \frac{1}{s} = 1 \qquad y(\infty) = \lim_{t\to\infty} y(t) = \lim_{s\to 0} s \frac{1}{s+2} \frac{1}{s} = \frac{1}{2}$$

Uwaga: użycie twierdzenia o wartościach granicznych wymaga układu stabilnego

Schemat modelu analogowego I i II rzędu



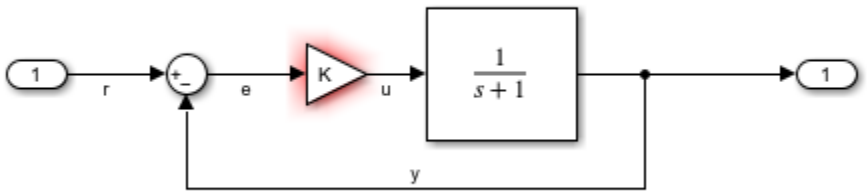
$$u(t)=e(t)=r(t)-y(t)$$

```
void setup()
{
   analogReadResolution(12);
   Wire.begin();
   //Serial.begin(9600);
   Serial.begin(115200);
   pinMode(13,OUTPUT);

   pinMode(8, OUTPUT);
pinMode(9, OUTPUT);
pinMode(10, OUTPUT);
pinMode(11, OUTPUT);
pinMode(12, OUTPUT);

 digitalWrite(8, HIGH); /* 0 - sterowanie z generatora, 1- sterowanie z Arduino */
digitalWrite(9, LOW); /*A_1,2 0 - parametr -1, 1 - parametr -2 */
digitalWrite(10, LOW);/*A_2,2 0 - parametr -1, 1 - parametr -2 */
digitalWrite(11, HIGH); /* 0 - rząd 2, 1 - rząd 1*/
digitalWrite(12, HIGH); /* wyjście oscyloskopowe 0 - x_1 (rząd 2),  1 - x_2 (rząd 1)*/
```

Regulator P



$$G(s) = \frac{1}{s+1} \qquad G_{reg}(s) = K \qquad G_z(s) = \frac{K}{s+1+K}$$

$$y(\infty) = \lim_{t\to\infty} y(t) = \lim_{s\to 0} s\,\frac{K}{s+1+K}\,\frac{1}{s} = \frac{K}{1+K}$$

Uwaga: użycie twierdzenia o wartościach granicznych wymaga układu stabilnego

$$u(k) = Ke(k) = K(r(k) - y(k))$$

Uchyb

$$e(k)=r(k)-y(k)$$

$$G_{ez}(s)=\frac{E(s)}{R(s)}=\frac{1}{1+G(s)}=\frac{1}{1+\frac{l(s)}{m(s)}}=\frac{1}{\frac{m(s)+l(s)}{m(s)}}=\frac{m(s)}{l(s)+m(s)}$$

$$\mathrm{G}(s)=\frac{1}{s+1} \qquad G_{reg}(s)=K \qquad G_{ez}(s)=\frac{s+1}{s+1+K}$$

$$\mathrm{e}(\infty)=\lim_{t\to\infty} e(t)=\lim_{s\to 0} s\,\frac{s+1}{s+1+K}\,\frac{1}{s}=\frac{1}{1+K}$$

Uwaga: użycie twierdzenia o wartościach granicznych wymaga układu stabilnego

Uwaga 2: zwiększając K zmniejszamy uchyb, ale możemy pogorszyć stabilność

Regulator PI

$$m^{\#}(0) \neq 0, l(0) \neq 0$$

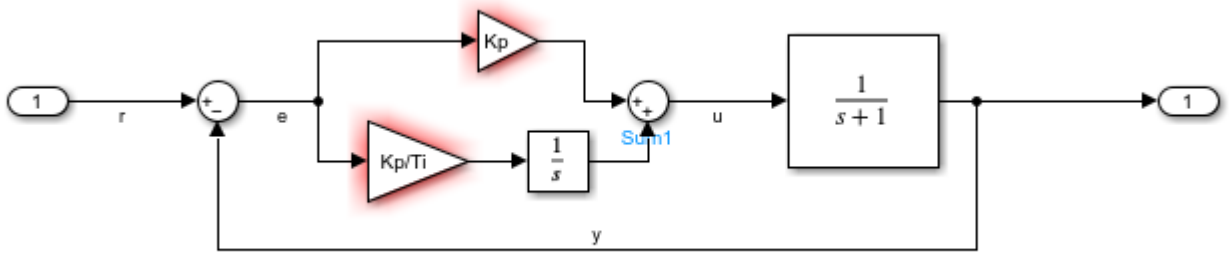
$$\mathrm{G}(s) = \frac{l(s)}{s^p(m^{\#}(s))} \qquad r(t) = t^n 1(t) \qquad R(s) = \frac{n!}{s^{n+1}}$$

$$G_{ez}(s) = \frac{E(s)}{R(s)} = \frac{s^p(m^{\#}(s))}{l(s) + s^p(m^{\#}(s))}$$

$$\mathrm{e}(\infty) = \lim_{t\to\infty} e(t) = \lim_{s\to 0} s \frac{s^p(m^{\#}(s))}{l(s)+s^p(m^{\#}(s))} \frac{n!}{s^{n+1}} = \lim_{s\to 0} \frac{s^{p+1}(m^{\#}(s))}{l(s)+s^p(m^{\#}(s))} \frac{n!}{s^{n+1}}$$

$$e(\infty) = \begin{cases} 0 & \text{dla} \quad p > n \\ const & \text{dla} \quad p = n \\ \infty & \text{dla} \quad p < n \end{cases}$$

Regulator PI (2)



$$G_{PI}(s) = K_p\left(1 + \frac{1}{T_i s}\right) = K_p + \frac{K_p}{T_i}\frac{1}{s} = \frac{K_p T_i s + K_p}{T_i s}$$

$$u(t) = K_p e(t) + \frac{K_p}{T_i}\int_0^t e(\tau)d\tau$$

Dyskretna realizacja $u_k = K_p e_k + \frac{K_p}{T_i} I_k$ gdzie I_k jest aproksymacją całkowania

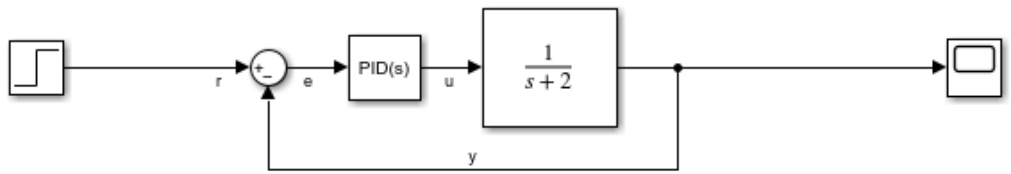
Regulator PI (3)

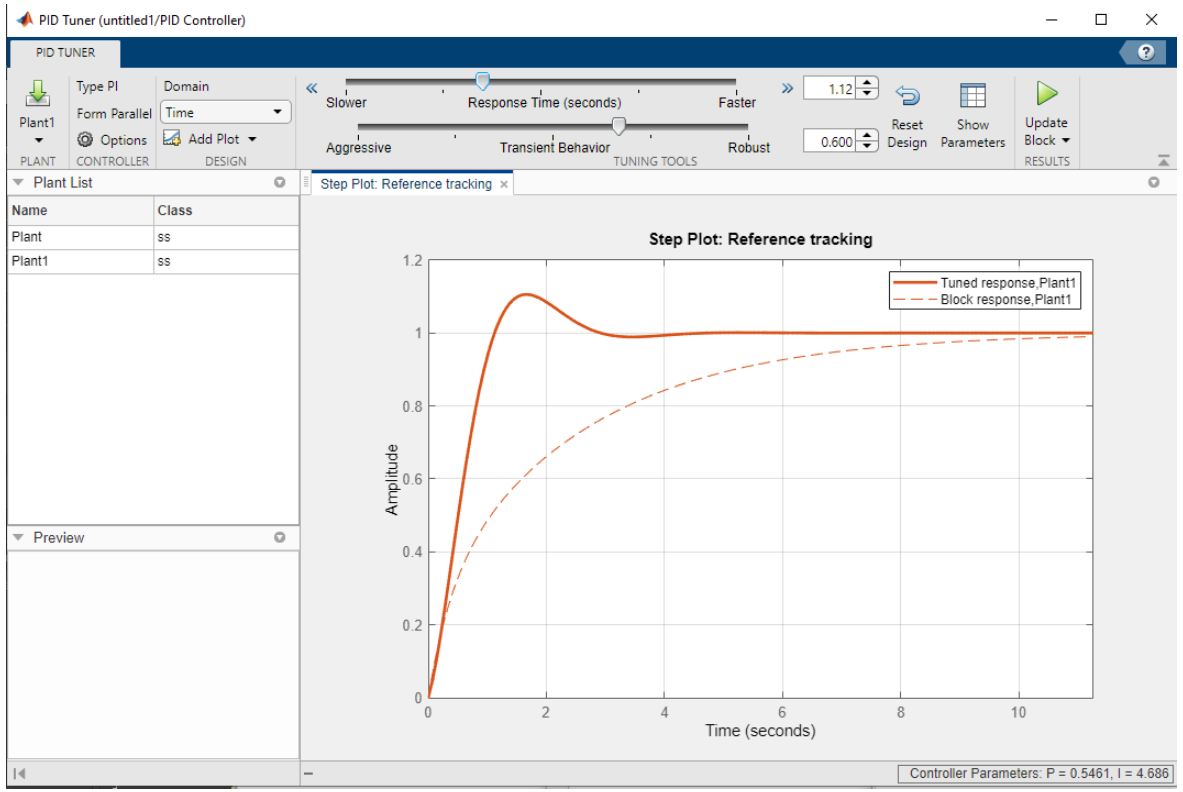
Aproksymacje całkowania:

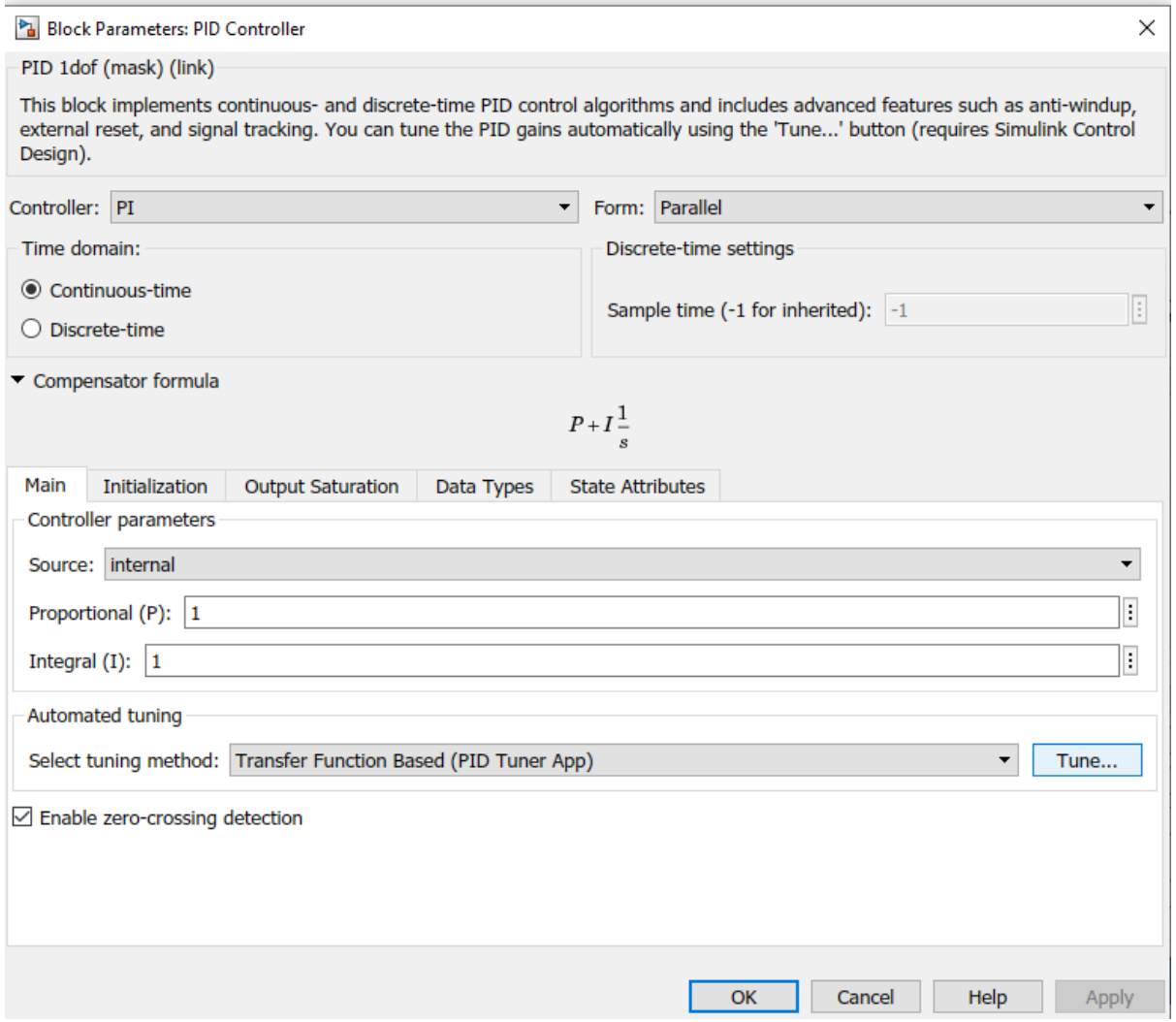
- Aproksymacja prostokątami $I_k = I_{k-1} + he_k$
  gdzie h – okres całkowania
- Aproksymacja trapezami $I_k = I_{k-1} + \frac{h}{2}(e_k + e_{k-1})$

Prawo sterowania $u_k = K_p e_k + \frac{K_p}{T_i} I_k$

Dobór nastaw w Simulinku







Co można dalej wykonać

- Analiza działania układu regulacji dla innych nastaw regulatora, innych typów wymuszeń
- Wykonanie badań dla układu drugiego rzędu i różnych parametrów